

BAB III

LANDASAN TEORI

3.1 Kuat Tekan Beton / Beton Fiber

Berdasarkan standar ASTM C39 dari penelitian Eddi Purwanto (1998), uji tekan beton dilakukan pada benda uji berbentuk silinder dengan diameter 150 mm dan tinggi 300 mm. Kuat tekan silinder beton dihitung dengan rumus :

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (3.1)$$

dengan :

σ = Kuat tekan silinder beton / beton fiber (Mpa)

P = Beban tekan maximum (N)

A = Luas penampang silinder = $\frac{1}{4} \pi D^2$ (mm²)

Dalam uji kuat tekan silinder ini akan timbul gaya geser yang arahnya tegak lurus dengan beban (P). Pengujian memperlihatkan bahwa apabila silinder beton / beton serat tersebut di beri beban sebesar P pada arah tekan maka silinder tersebut akan mengalami perpendekan arah vertikal dan penambahan dimensi arah horisontal. Rasio satuan deformasi tersebut *ratio poisson*.

$$\nu = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad (3.2)$$

Dan hubungan penting antara konstanta E, ν dan G untuk bahan tertentu

dinyatakan dengan :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.3)$$

Dimana $\nu = \text{ratio poisson}$

$\varepsilon_y = \text{regangan arah utama}$

$\varepsilon_x = \text{regangan arah tegak lurus gaya utama}$

$G = \text{Modulus Geser}$

$E = \text{modulus elastisitas (untuk beton } E = 4700\sqrt{f'_c} \text{)}$

Pesamaan (3.3) berguna untuk menghitung harga ν bila E dan G telah ditetapkan.

Harga umum ratio poisson untuk baja 0,25 sampai dengan 0,30, untuk bahan lain 0,33 dan untuk beton adalah 0,20.

3.2 Kuat Tarik Beton / Beton Fiber

Kuat tarik bahan beton menurut SNI-03-2847-1992 adalah :

$$f_t = 0,50\sqrt{f'_c} - 0,60\sqrt{f'_c} \quad (\text{Mpa}), \text{ untuk beton normal} \quad (3.4)$$

Untuk beton serat, kuat tarik beton serat menurut Suhendro adalah :

$$f_t = 0,75\sqrt{f'_c} - 0,90\sqrt{f'_c} \quad (\text{Mpa}) \quad (3.5)$$

dengan, $f_t = \text{kuat tarik beton, MPa}$

$f'_c = \text{kuat tekan beton, MPa}$

Kuat tarik beton / beton fiber yang dihasilkan dengan uji belah beton silinder (*Split Cylinder Test*), menurut SK SNI M-60-1990-03 pasal 3.8, disebutkan bahwa

kuat tarik belah benda uji dihitung dengan ketelitian 0,05 Mpa dengan menggunakan rumus :

$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi LD} \quad (3.6)$$

dengan :

f_{ct} = Kuat tarik beton/ beton fiber (Mpa),

P = Beban maksimum (beban belah / hancur) (N),

L = Panjang silinder beton / beton fiber (mm), dan

D = Diameter silinder beton/ beton fiber (mm).

3.3 Kekuatan Momen Lentur Penampang Persegi Balok Beton Bertulang

3.3.1 Kekuatan momen lentur beton normal

Untuk menghitung kuat lentur nominal, M_n dipakai pemisalan-pemisalan sebagai berikut :

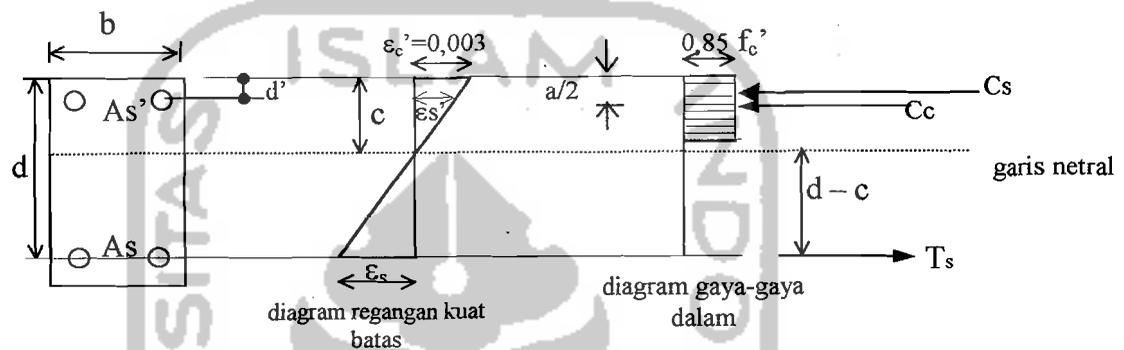
1. Kekuatan unsur didasarkan pada hitungan yang memenuhi syarat keseimbangan dan kompatibilitas regangan
2. Regangan di dalam baja tulangan dan beton dimisalkan berbanding lurus dengan jarak terhadap garis netral
3. Regangan maximum yang dapat dipakai pada syarat tekan sebesar 0,003
4. Kekuatan tarik beton diabaikan
5. Modulus elastis baja diambil sebesar $2 \cdot 10^5$ Mpa
6. Untuk alasan praktis maka hubungan antara distribusi tegangan tekan dan regangan dari beton pada saat tercapai kekuatan normal dapat diambil sebagai distribusi tegangan persegi ekivalen, dengan intensitas tegangan beton yang

merata sebesar $0,85 f_c'$ setinggi $a \equiv \beta_1 c$ dari syarat tekan maximum. Harga

β_1 diberikan oleh rumus sebagai berikut :

$$\text{Untuk } f_c' < 30 \text{ maka } \beta_1 = 0,85 \quad (3.7)$$

$$\text{Untuk } f_c' > 30 \text{ maka } \beta_1 = 0,85 - 0,008(f_c' - 30) \geq 0,65 \quad (3.8)$$



Gambar 3.1 Distribusi regangan dan tegangan lentur balok beton normal bertulang (SK SNI T-15-1991-03)

Untuk memudahkan di dalam memahami analisis penampang balok bertulangan rangkap, diberikan ringkasan langkah-langkahnya :

1. Segenap penulangan dianggap meluluh, maka $f_s = f_s' = f_y$ dan $A_{s2} = A_s'$
2. Dengan menggunakan persamaan pasangan kopel beton tekan dan tulangan baja tarik dan $A_{s1} = A_s - A_s'$ hitunglah tinggi blok tegangan tekan a .

$$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{(0,85 f_c') b} = \frac{A_{s1} f_y}{(0,85 f_c') b} \quad (3.9)$$

3. Tentukan letak garis netral,

$$c = \frac{a}{\beta_1} \quad (3.10)$$

4. Dengan menggunakan diagram regangan memeriksa regangan tulangan baja

tekan maupun tarik. Untuk membuktikan apakah anggapan pada langkah awal benar.

$$\varepsilon_s' = \frac{c-d'}{c}(0,003) \quad (3.11a)$$

$$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c}(0,003) \quad (3.11b)$$

Dengan menganggap $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$ yang berarti tulangan baja tarik telah meluluh, akan timbul salah satu dari 2 kondisi berikut ini :

- a. kondisi I : $\varepsilon_s' \geq \varepsilon_y$ menunjukkan bahwa anggapan pada langkah awal betul dan tulangan baja tekan meluluh.
- b. Kondisi II : $\varepsilon_s' \leq \varepsilon_y$ menunjukkan bahwa anggapan pada langkah awal tidak betul dan tulangan baja tekan belum luluh.

Kondisi I :

5. Apabila ε_s' dan ε_s keduanya melampaui ε_y maka dihitung kapasitas momen

teoritis M_{n1} dan M_{n2} . Untuk pasangan kopel gaya tulangan tekan dan tarik :

$M_{n1} = A_s' f_y (d - d')$, sedangkan untuk pasangan kopel gaya beton tekan dan

tulangan tarik: $M_{n2} = A_{s1} f_y (d - \frac{1}{2} a)$ dengan demikian

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} \quad (3.12a)$$

6. $M_R = \phi M_n \quad (3.12b)$

7. Pemeriksaan syarat daktilitas dengan membuktikan bahwa rasio penulangan (ρ) pasangan kopel gaya beton tekan dan tulangan baja tarik tidak

melampaui $0,75\rho_b$ dan membuktikan bahwa luas penampang tulangan

tulangan baja tarik tidak lebih dari $A_{s(maks)}$, $\rho_{aktual} = \frac{A_{s1}}{bd}$

Kondisi II :

5. Jika $\varepsilon_s' < \varepsilon_y$ dan $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$, untuk mendapatkan nilai c digunakan persamaan sebagai berikut :

$$(0,85f_c'b\beta_1)c^2 + (600A_s' - A_s f_y)c - 600d'A_s' = 0 \quad (3.13)$$

dapatkan nilai c dari persamaan kuadrat baik dengan cara biasa maupun pendekatan.

6. Menghitung tegangan pada tulangan baja tekan :

$$f_s' = \frac{c - d'}{c}(600) \quad (3.14)$$

7. Dapatkan a dengan menggunakan persamaan $\alpha = \beta_1 c$

8. Menghitung gaya-gaya tekan :

$$C_c = 0,85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b \quad (3.15a)$$

$$C_s = A_s' f_s' \quad (3.15b)$$

kemudian diperiksa dengan menghitung gaya tarik :

$$T_s = A_s f_y \quad (3.16a)$$

dimana $T_s = C_c + C_s \quad (3.16b)$

9. Menghitung kuat momen tahanan ideal untuk masing-masing kopel untuk

$$M_{n1} = C_c \left(d - \frac{1}{2}a\right) \text{ dan } M_{n2} = C_s(d - d') \text{ maka diperoleh :}$$

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} \quad (3.17a)$$

$$10. M_R = \phi M_n \quad (3.17b)$$

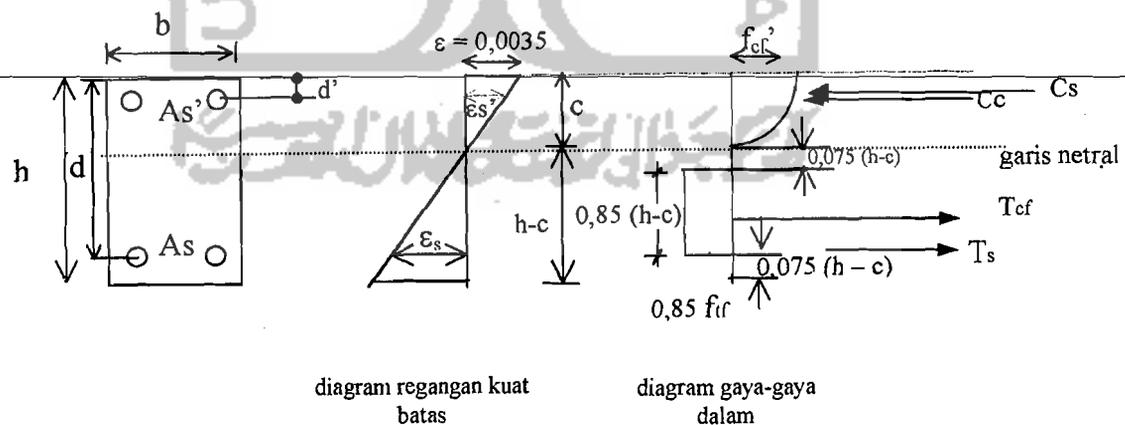
11. Pemeriksaan syarat daktilitas dengan membuktikan bahwa rasio penulangan pasangan kopel gaya beton tekan dan tulangan baja tarik tidak melampaui nilai $0,75\rho_b$ dan A_{s1} dihitung berdasarkan keadaan bahwa tegangan pada tulangan baja tekan belum mencapai f_y

$$A_{s1} = A_s - \frac{A_s' f_s'}{f_y} \quad \text{dan} \quad \rho_{\text{aktual}} = \frac{A_{s1}}{bd}$$

atau persyaratan daktilitas diperiksa dengan membandingkan A_s dengan $A_{s(\text{maks})}$ dimana dilakukan penyelidikan apakah kondisi seimbang tercapai.

3.3.2 Kekuatan momen lentur beton bertulang yang diberi fiber

Distribusi tegangan dan regangan yang diusulkan Suhendro untuk beton serat terlihat pada Gambar 3.2



Gambar 3.2 Distribusi tegangan dan regangan lentur pada balok beton bertulang yang diberi fiber (Suhendro, 1991).

Dari Gambar 3.2 tersebut terlihat bahwa regangan maximum yang dipakai

pada beton serat adalah 0,0035 sedangkan pada beton normal adalah 0,003. Selain itu kekuatan tarik beton pada beton serat tidak diabaikan.

Gaya-gaya dalam adalah :

$$C_c = 0,67 \cdot f'_c \cdot c \cdot b \quad (3.18)$$

$$C_s = A'_s \cdot f_y \quad (3.19)$$

$$T_{cf} = 0,85 \cdot f_{cf} \cdot 0,85(h-c)b \quad (3.20)$$

$$T_s = A_s \cdot f_y \quad (3.21)$$

Keseimbangan gaya :

$$\text{Kondisi 1 : } C_c = T_{cf} \quad (3.22)$$

$$\text{Kondisi 2 : } C_s = T_s \quad (3.23)$$

Dari persamaan (3.22), diperoleh letak garis netral (c)

Kontrol regangan baja :

Regangan baja desak

$$\varepsilon'_{s'} = (c - d')/c \times 0,0035 \quad (3.24)$$

Regangan baja tarik

$$\varepsilon_s = (d - c)/c \times 0,0035 \quad (3.25)$$

Kekuatan momen lentur nominal

$$M_{no} = T_s(d - c) + T_{cf}(h - c)/2 + C_c \cdot 5/8 \cdot c + C_s(c - d') \quad (3.26)$$

Notasi yang dipakai :

M_{no} = kekuatan momen lentur murni (N.mm),

T_s = resultante gaya tarik dari baja tarik (N),

d = tinggi efektif balok (mm),

d' = jarak dari serat tekan terluar ke pusat tulangan tekan (mm)

c = jarak garis netral ke serat terluar bagian desak (mm),

T_{ef} = resultante gaya tarik dari beton fiber (N),

h = tinggi total balok (mm),

C_c = resultante gaya desak dari beton fiber (N),

C_s = resultante gaya desak dari baja desak (N),

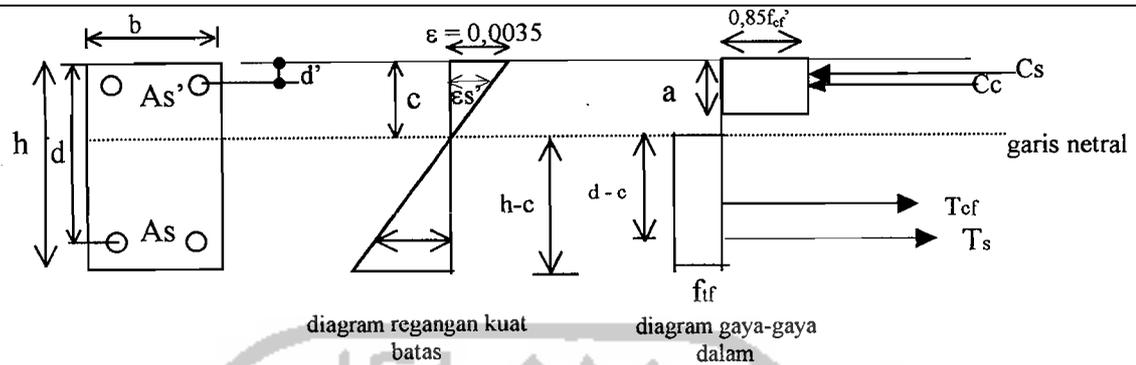
A_s = luas baja tulangan (mm^2),

f'_{cf} = kuat desak beton fiber (Mpa),

f'_{tf} = kuat tarik beton fiber (Mpa).

Dari persamaan (3.26) pada usulan Suhendro dan persamaan (3.17) pada beton normal terlihat perbedaan, dimana kekuatan momen lentur murni (M_{no}) untuk beton serat lebih besar daripada kekuatan momen lentur murni pada beton normal (M_n). Ini disebabkan karena kekuatan tarik pada beton serat tidak diabaikan.

Henager dan Doherty (1976) mengusulkan bahwa distribusi regangan dianggap linear, dengan regangan maximum di serat beton terdesak diambil 0,0035. Pada bagian desak dipakai penyederhanaan diagram berbentuk empat persegi panjang ekuivalen. Diagram tersebut seperti terlihat pada Gambar 3.3



Gambar 3.3 Distribusi regangan dan tegangan lentur balok beton bertulang yang diberi fiber. (Henager & Doherty, 1976)

Gaya-gaya dalam adalah :

$$C_c = 0,85 \cdot f'_{cf} \cdot \beta \cdot c \cdot b \quad (3.27)$$

$$C_s = A'_s \cdot f_y \quad (3.28)$$

$$T_{cf} = f_{cf} \cdot (h - c) \cdot b \quad (3.29)$$

$$T_s = A_s \cdot f_y \quad (3.30)$$

Keseimbangan gaya

$$\text{Kondisi 1 : } C_c = T_{cf} \quad (3.31)$$

$$\text{Kondisi 2 : } C_s = T_s \quad (3.32)$$

Dari persamaan (3.32), diperoleh letak garis netral (c)

Kontrol regangan baja :

Regangan baja desak

$$\epsilon'_s = (c - d')/c \times 0,0035 \quad (3.33)$$

Regangan baja tarik

$$\epsilon_s = (d - c)/c \times 0,0035 \quad (3.34)$$

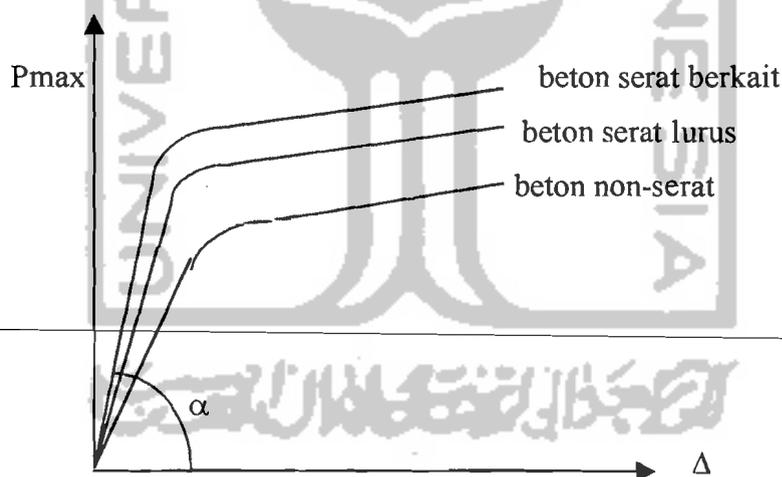
Kekuatan momen lentur nominal

$$M_{no} = T_s(d - c) + T_{cf}(h - c)/2 + C_c(c - a/2) + C_s(c - d') \quad (3.35)$$

Notasi yang dipakai sama persis dengan yang telah diuraikan sebelumnya. Dari persamaan (3.35) terlihat bahwa bahwa besarnya kekuatan momen lentur murni dipengaruhi oleh besarnya C_c dan T_{cf} dimana nilai kedua parameter tersebut dipengaruhi oleh jenis serat dan geometri serat yang dipakai.

3.4 Hubungan Beban dan Lendutan

Hubungan beban (P) dengan lendutan (Δ) diperoleh dari hasil uji pembebanan (*loading test*). Sesuai yang dilakukan Suhendro (1991) pemberian beban pada balok akan mengakibatkan penurunan (defleksi).



Gambar 3.4 Diagram hubungan antara beban (P) dan lendutan (Δ)

Dari hubungan antara kekuatan (P) dan lendutan (Δ) pada Gambar 3.4, maka diperoleh kekakuan balok (k), sebagai berikut :

$$tg\alpha = \frac{P}{\Delta} \quad (3.36)$$

$$k = tg\alpha \quad (3.37)$$

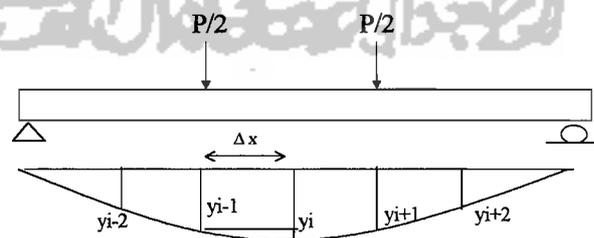
$$k = \frac{P}{\Delta} \quad (3.38)$$

3.5 Kelengkungan

Kelengkungan balok dapat diperoleh dari analisa data perpindahan titik diskert (segmen) dalam sebuah balok. Perpindahan titik diskert (segmen) pada balok dapat diketahui dari pengujian kuat lentur. Hubungan momen, kelengkungan dan faktor kekakuan lentur dinyatakan dengan persamaan :

$$\Phi = \frac{M}{EI} \quad (3.39)$$

Dengan Φ , M dan EI berturut-turut menyatakan kelengkungan, momen dan faktor kekakuan. Jika nilai EI pada elemen balok berkurang maka, kelengkungannya meningkat. Peningkatan kelengkungan ini digunakan untuk menentukan kuat lentur balok beton bertulang. Kelengkungan balok diturunkan dari data perpindahan dengan pendekatan metode *central difference*. Mengacu kepada Gambar 3.5.



Gambar 3.5 Lendutan

Standard kemiringan (sloop) didekati dengan persamaan :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (3.40)$$

Turunan persamaan (3.40) adalah :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (3.41)$$

Menurut Popov (1984), kelengkungan balok didekati dengan :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \Phi \quad (3.42)$$

Sehingga kelengkungan balok didekati dengan persamaan :

$$\Phi = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (3.43)$$

Momen maksimum balok sederhana yang menerima beban seperti pada Gambar 3.5 adalah :

$$M = \frac{1}{6} PL \quad (3.44)$$

Hubungan faktor kekakuan, momen (M) dan kelengkungan (Φ) adalah :

$$EI = \frac{M}{\Phi} \quad (3.45)$$

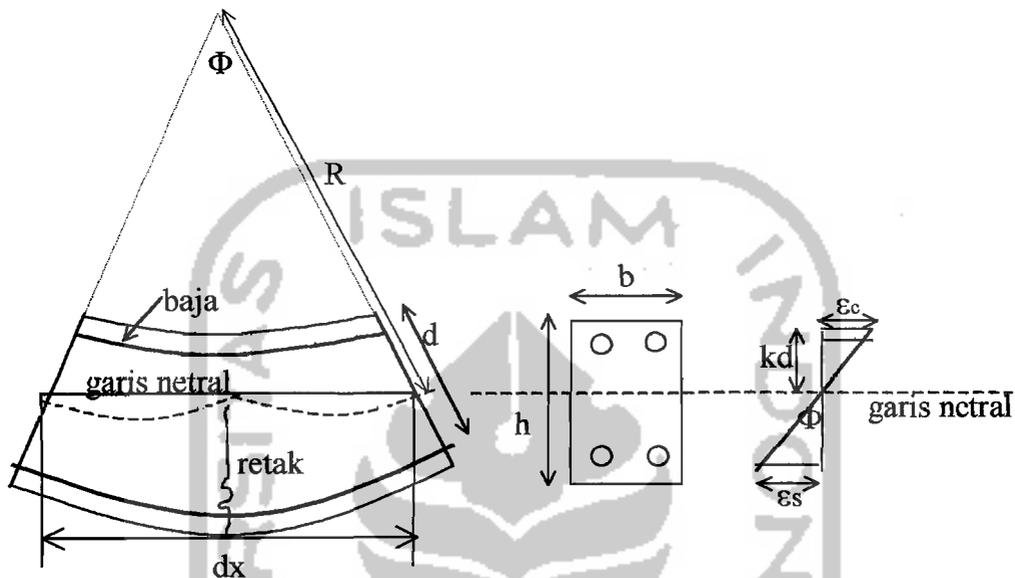
3.6 Analisis Momen - Kelengkungan

Hubungan Momen – Kelengkungan menurut Park and Pauley,(1975) pada beton normal.

3.6.1 Kelengkungan balok

Dengan mengambil sebuah elemen lurus dari sebuah balok beton bertulang dengan momen-momen ujung dan gaya axial yang sama seperti Gambar 3.6 . Jari-

jari kelengkungan R diukur dari garis netral. Adanya retak-retak pada beton akibat terjadi penambahan tegangan akan merubah jari-jari kelengkungan (R), tinggi netral (kd), regangan beton (ε_c) dan regangan baja tarik (ε_s).



Gambar 3.6 Kelengkungan Balok

Menganggap sebuah elemen kecil dengan panjang dx dari balok dan menggunakan notasi seperti pada Gambar 3.6. maka rotasi diantara ujung-ujung dari elemen diberikan oleh :

$$\frac{dx}{R} = \frac{\varepsilon_c dx}{kd} = \frac{\varepsilon_s dx}{d(1-k)} \quad (3.46)$$

$$1/R = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} \quad (3.47)$$

dengan $1/R = \Phi$ (3.48)

maka : $\Phi = \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d}$ (3.49)

dengan : $\Phi =$ kelengkungan

$\varepsilon_c =$ regangan beton

ε_s = regangan baja

d = tinggi efektif penampang

Ini menunjukkan bahwa kelengkungan Φ adalah gradien dari regangan dari elemen seperti dalam Gambar 3.6 Kelengkungan akan benar-benar berubah sepanjang bentang balok karena naik-turunnya garis netral dan regangan-regangan diantara retak-retak. Jika panjang elemen adalah kecil dan sebuah retak berakhir, kelengkungan dihitung dengan persamaan (3.49) untuk penampang ijin yang diperoleh dari hubungan momen-kelengkungan. Dua grafik yang diperoleh dari penghitungan balok bertulangan sebelah adalah lurus/linear diawal dan hubungan antara momen dan kelengkungan diberikan oleh persamaan :

$$EI = MR = \frac{M}{\Phi} \quad (3.50)$$

Dimana EI adalah faktor kekakuan dari penampang. Dengan meningkatnya momen, retak pada beton mengurangi faktor kekakuan di penampang. Perilaku dari penampang setelah retak tergantung dari jumlah tulangan pokok. Balok bertulangan sedikit menghasilkan sebuah kurva linear M- Φ diatas titik leleh baja. Ketika baja leleh, peningkatan yang besar terjadi didalam kelengkungan pada momen hampir konstan.

Hubungan M- Φ yang ideal adalah ditunjukkan pada grafik tri-linear. Garis awal pertama adalah retak awal, garis kedua adalah tegangan leleh baja dan ketiga adalah regangan ultimit dari beton. Untuk balok beton bertulang dibawah beban layan Hubungan M- Φ dari beban 0 sampai leleh baja kedua garis hampir linear sehingga sering juga ditampilkan grafik hubngan M- Φ dalam bentuk bi-linear.

3.6.2 Leleh dan ultimit momen – kelengkungan

Gambar 3.6 menunjukkan kasus umum dari sebuah penampang persegi bertulangan ganda pada leleh pertama dari tegangan baja dan regangan ultimit beton. Momen-kelengkungan pada leleh pertama dari baja ($M_y - \Phi_y$) dicari dengan persamaan :

$$M_y = (T_{cf} + T_c)jd \quad (3.51a)$$

$$\Phi_y = \frac{f_y / E_s}{d(1-k)} \quad (3.51b)$$

$$k = \left[(\rho + \rho')^2 n^2 + 2 \left(\rho + \frac{\rho' d'}{d} \right) n \right]^{\frac{1}{2}} - (\rho - \rho')n \quad (3.52)$$

Dengan : k = faktor tinggi garis netral ; $n = E_s / E_c$, $\rho = \frac{A_s}{bd}$, $\rho' = \frac{A'_s}{bd}$

M_y = Momen leleh pertama

Φ_y = Kelengkungan leleh pertama

A_s = Luas tulangan tarik

A'_s = Luas tulangan tekan

d = tinggi efektif penampang

d' = jarak dari serat tekan ketitik berat baja tekan

E_c = Modulus elastis beton

E_s = Modulus elastis baja

f_y = Tegangan leleh baja

jd = lengan dari titik berat baja & beton tekan ke titik berat tulangan & beton tarik

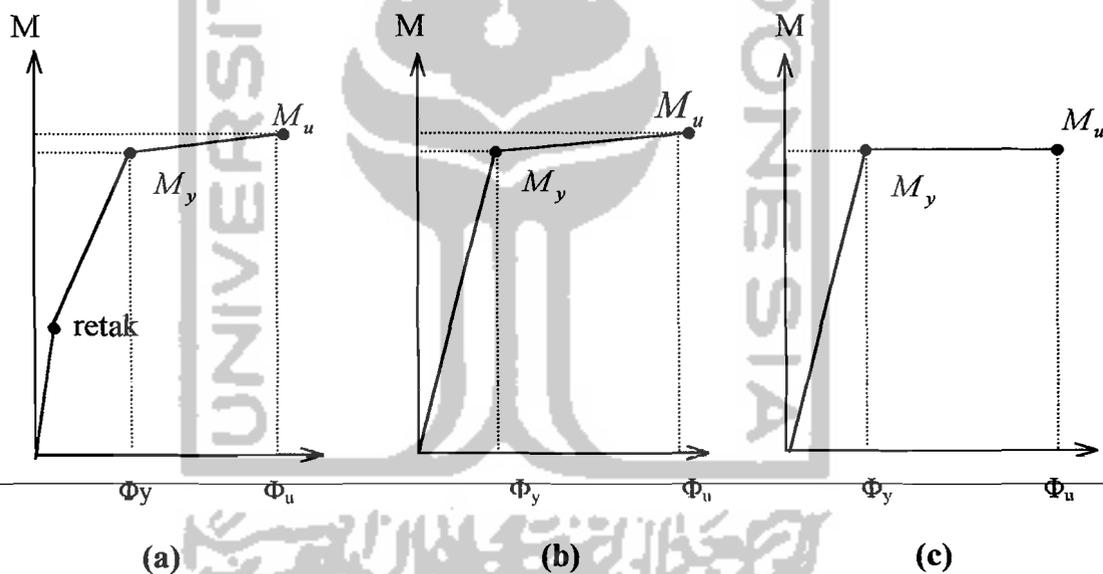
Kelengkungan ultimit dan momen dari penampang bertulangan rangkap (lihat

Gambar 3.6) dicari dengan persamaan :

$$M_u = T_s(d - c) + T_{sf}(h - c)/2 + C_c(c - a/2) + C_s(c - d') \quad (3.53)$$

$$\Phi_u = \frac{\epsilon_c}{c} \quad (3.54)$$

Dari perhitungan secara teoritis dan dari perhitungan data pengujian balok beton serat maka akan diperoleh kurva momen-kelengkungan. Gambar kurva momen-kelengkungan untuk uji lentur ditunjukkan oleh Gambar (3.7)



Gambar 3.7 Kurva momen-kelengkungan

Untuk Gambar 3.7 (a) menunjukkan kurva momen-kelengkungan tri-linier untuk beton serat. Sedangkan Gambar 3.7 (b) dan (c) adalah kurva momen-kelengkungan bi-linier untuk beton serat.

Dalam penelitian ini metode yang dipergunakan di dalam pembahasan adalah mencari nilai kekakuan (k) dari data uji lentur balok yang dalam hal ini

akan diperoleh data dari pembacaan beban (P) dan lendutan (Δ). Nilai k ditinjau pada waktu sebelum retak pertama dan setelah mengalami retak pertama, kemudian dilakukan perhitungan besarnya momen (M) dan besarnya kelengkungan (Φ) sehingga diperoleh kurva hubungan momen-kelengkungan seperti pada Gambar 3.7. Dari data kurva $M-\Phi$ dapat diperoleh nilai faktor kekakuan (EI). Dari kurva $M-\Phi$ dapat juga diperoleh besarnya nilai kelengkungan daktilitas.

$$\frac{\Phi_{\max}}{\Phi_y} - \text{daktilitas kelengkungan} \quad (3.55)$$



جامعة الإسلام في إندونيسيا